Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XIV-a
Galaţi, 26 octombrie 2013

Clasa a IX-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

2 puncte pentru inegalitatea mediilor: $5x^2+2\geq 2\sqrt{5x^2\cdot 2}=2\sqrt{10}x$
$5y^2+2\geq 2\sqrt{5y^2\cdot 2}=2\sqrt{10}y$

2 puncte pentru justificarea
: $(5x^2+3x+2)(5y^2-3y+2)\geq (2\sqrt{10}x+3x)(2\sqrt{10}y-3y)=(2\sqrt{10}+3)(2\sqrt{10}-3)xy=31xy$

2 puncte pentru $5x^2=2$ şi $5y^2=2$

1 punct pentru finalizare :

$x=\sqrt{\frac{2}{5}}, x=\sqrt{\frac{2}{5}}$

Observaţii: Pentru orice altă soluţie corectă problema va fi evaluată cu 7 puncte.

Problema 2

a) 4 puncte:

1 punct pentru cazul I. Dacă x=y atunci x=y=1 $\Rightarrow n=m^2-1, m\in\mathbb{N}, m\geq 2.$

Cazul II.

1 punct pentru justificarea relaţiei $4n+1<k^2\leq 4n+8\Rightarrow k^2\in\{4n+4,4n+5\}$

1 punct pentru justificarea obţinerii soluţiilor x=y=1.

1 punct pentru justificarea obţinerii soluţiilor $n=m^2-1, m\in\mathbb{N}, m\geq 2$ şi $n=m^2+m-1, m\in\mathbb{N}, m\geq 1$

b) 3 puncte:

Cazul I.

1 punct pentru obţinerea soluţiilor $x=y=z=\frac{1}{9}$ şi $n=9k^2\pm 2k,\ k\in\mathbb{N}.$

Cazul II.

Dacă x,y,z nu sunt toate egale.

1 punct pentru justificarea relaţiilor $N^2<9n+3(x+y+z)\leq 9n+3$ (1). unde

$N=\sqrt{(x+n)(y+n)}+\sqrt{(x+n)(z+n)}\sqrt{(z+n)(y+n)}$ şi

$N^2>9n+(x+y+z)+2(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{xz})=9n+(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})^2=9n+1.$

1 punct pentru justificarea unicităţii soluţiei:

$x = y = z = \frac{1}{9}$ şi $n = 9k^2 \pm 2k,\ k \in \mathbb{N}$.

Observaţii: Pentru orice altă soluţie corectă problema va fi evaluată cu 7 puncte.

Problema 3

a) 1 punct dacă justifică :
ΔAMB este echilateral şi m($\sphericalangle$NMB)=90°.
1 punct dacă aplică teorema bisectoarei în ΔNEM .
2 puncte dacă aplică teorema lui Menelaus şi calculează $\frac{NE}{EB} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
. 1 punct pentru finalizare.

b) 1 punct aplicarea teoremei lui Van-Aubel
1 punct pentru finalizare.

Observaţii: Pentru orice altă soluţie corectă problema va fi evaluată cu 7 puncte.